632. 球ノ幾何ニツイテノ小話

松村　宗治（台北大）

(I) R_3 内ニ円 $\mathfrak{K}$, $\bar{\mathfrak{K}}$ アリ, $\mathfrak{K}$ ヲ通ル球 $\mathfrak{S}_\alpha$ $[\alpha = \mathrm{I}, \mathrm{II}]$ ヲ考ヘ ソレガ $\bar{\mathfrak{K}}$ トナス角ヲ φ トセバ

$$(1)\quad \cos^2\varphi = T^{\alpha\beta}\rho_\alpha\rho_\beta$$

デアル、コヽニ

$$(2)\quad A^{\alpha\beta}\rho_\alpha\rho_\beta = 1$$

デアル。コレハスデニ余ガ度々此処デモノベタ所デアル。

同様ニシテ円 $\bar{\mathfrak{C}}, \bar{\bar{\mathfrak{C}}}$ ヲ考ヘテ球 $\bar{\mathfrak{y}}^\alpha\,[\alpha = \mathrm{I}, \mathrm{II}]$ ヲ考ヘテ

$$(3)\quad \cos^2\bar{\varphi} = \bar{T}^{\alpha\beta}\bar{\rho}_\alpha\bar{\rho}_\beta$$

デアル。但シ

$$(4)\quad \bar{A}^{\alpha\beta}\bar{\rho}_\alpha\bar{\rho}_\beta = 1$$

デアル。

サテ

$$(5)\quad \mathfrak{y} = \sum_\alpha \rho_\alpha \mathfrak{y}^\alpha + \sum_\lambda \bar{\rho}_\lambda \bar{\mathfrak{y}}^\lambda$$

ヲ考ヘ球 $\mathfrak{y}^\alpha$ ト $\bar{\mathfrak{y}}^\lambda$ トガ互ニ垂直ナラバ (5) ヨリ次式ヲ得。

$$(6)\quad \sum_{\alpha,\beta} A^{\alpha\beta}\rho_\alpha\rho_\beta + \sum_{\lambda,\mu}\bar{A}^{\lambda\mu}\bar{\rho}_\lambda\bar{\rho}_\mu = \mathfrak{y}^2$$

(6) ニ (2), (4) ヲ代入セバ $\mathfrak{y}$ ハ点デナイコトガ分ル。

ツマリ (5) ニテ與フル $\mathfrak{y}$ ハ R_3 内ノ点デアリ得ズ。

(II)

$$(7)\quad \bar{\mathfrak{y}} = \sum_\alpha \rho_\alpha \mathfrak{y}^\alpha - \sum_\lambda \bar{\rho}_\lambda \bar{\mathfrak{y}}^\lambda$$

ニツイテモ上述ノコトガイヘル。

(III) (1) ヨリ次ノ関係ヲ得ベシ。

$$(8)\quad (T^{\alpha\beta} - \cos^2\varphi\cdot A^{\alpha\beta})\rho_\alpha\rho_\beta = 0$$

(8)ヨリ $\mathfrak{f}$ ガ與ヘラルレバ $\mathfrak{k}$ ヲ通過スル球ハ一般ニ二個存在スルコトガ分ル。

(IV) (5), (7) ニ於ケル $\mathfrak{y}, \bar{\mathfrak{y}}$ ハ球ヲ表ハシ得ベシ。

(5), (7) ヨリ $\sum_{\alpha} \rho_\alpha \mathfrak{r}^\alpha$, $\sum_{\lambda} \bar{\rho}_\lambda \bar{\mathfrak{r}}^\lambda$ ヲ $\mathfrak{y}, \bar{\mathfrak{y}}$ ノ言葉デ表スコトガ出來ル。

(V) イツモノ記号ヲ用ヒテ円系表面ヲ考ヘ

$$\varphi = (\theta_u \theta_u) du^2 + 2(\theta_u \theta_v) du\, dv + (\theta_v \theta_v) dv^2$$

$$\psi = A\, du^3 + 3B\, du^2 dv + 3C\, du\, dv^2 + D\, dv^3$$

トオク。 φ, ψ ノ間ニ擬極ノ関係

$$(\theta_v \theta_v)A - 2(\theta_u \theta_v)B + (\theta_u \theta_u)C = 0$$

$$(\theta_v \theta_v)B - 2(\theta_u \theta_v)C + (\theta_u \theta_u)D = 0$$

ガ成立シテイルトキ媒介変数ノ変換デ不変ナ A, B, C, D, E, F, G 間ノ本質的ニ唯一ノ式ハ

$$J = \frac{-1}{\left\{(\theta_u \theta_u)(\theta_v \theta_v) - (\theta_u \theta_v)^2\right\}^2} \begin{vmatrix} A & B & C \\ B & C & D \\ (\theta_u \theta_u) & (\theta_u \theta_v) & (\theta_v \theta_v) \end{vmatrix}$$

デアルコトガ代数形式ノ不変論デ知ラレテイル。ヨッテ媒介曲線ヲ主切線曲線ニトッタトスレバ

$$(\theta_u \theta_u) = (\theta_v \theta_v) = B = C = 0$$

ニヨリ上ノ式ハ

$$J = \frac{AD}{(\theta_u \theta_v)^3}$$

トナル。コレ擬似微分幾何ニ於ケル *Pick's invariant* ニ相當スルモノデアル。

此ノ他擬似円系表面ヲ論ジウルデアロウカト思ツテイル。